# 2018

## ECONOMICS – HONOURS

**Paper : CC-2**

**Full Marks : 65**

*Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable.*

*প্রান্তলিখিত সংখ্যাগুলি পূর্ণমান নির্দেশক।*

### বিভাগ - ক

১। *যে-কোনো দশটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ

(ক) $S = \{a, b, c, d\}$ এই সেটটির কতগুলি ও কী কী সাবসেট (Subset) আছে? ১+১

(খ) নীচের সমীকরণগুলির মধ্যে কোনটি অপেক্ষক, কোনটি নয়? কেন?

(অ) $y = x^2$

(আ) $y^2 = x$ ১+১

(গ) ধরা যাক, $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & (-8) \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ এবং $C = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & (-2) \end{bmatrix}$.

প্রতিপন্ন করো যে, AB = AC, যদিও B ≠ C. ২

(ঘ) উত্তল সেট (Convex Set) বলতে কী বোঝো? ২

(ঙ) নীচের অপেক্ষকটির $x$-এর সাপেক্ষে স্থিতিস্থাপকতা (Elasticity) নির্ধারণ করো।

$y = f(x) = A.x^b$ ২

(চ) L' Hospital-এর নিয়মটি ব্যবহার করে, নীচের লিমিটটি (Limit) নির্ধারণ করো।

$$\lim_{x \to 1} \left( \frac{1 - x^2}{1 - x} \right)$$ ২

(ছ) একটি কারখানার মোট ব্যয় (C), ঐ কারখানার উৎপাদনের (Q) অপেক্ষক, এবং তা হল নিম্নরূপ ঃ

$C = 500 + 12Q$.

কারখানাটিতে একদিনে সর্বোচ্চ 600 unit উৎপাদন সম্ভব। ব্যয় অপেক্ষকটির (Cost function) ডোমেইন (Domain) এবং ব্যাপ্তি (Range) বার করো। ১+১

(জ) নীচের তিনটি সেট (Set)-এর জন্য

$A = \{4, 5, 6\}$, $B = \{1, 3, 6, 8\}$, $C = \{1, 2, 8\}$;

বিভাজনের সূত্রটি যাচাই করো। ২

(ঝ) একজন মোবাইল প্রস্তুতকারক দেখলেন যে $x$টি মোবাইল বিক্রি করতে হলে, দাম ( $p$ ) অবশ্যই হবে—

$$p = 1200 - x.$$

ঐ প্রস্তুতকারকের উৎপাদন ব্যয় (Cost) হল— $C(x) = 4000 + 300x$.

মুনাফা (Profit) সর্বোচ্চ করতে হলে, ঐ মোবাইল প্রস্তুতকারক কতগুলি মোবাইল প্রস্তুত করবে? ২

(ঞ) 1st principle প্রয়োগ করে $f(x) = x^3$ অপেক্ষকটির derivative নির্ণয় করো। ২

(ট) '$x$' ইউনিট উৎপাদন করার প্রান্তিক ব্যয় যদি হয় $1 + x + 3x^2$ এবং স্থির ব্যয় হয় 150 তাহলে মোট ব্যয় অপেক্ষক নির্ণয় করো। ২

(ঠ) Inverse বের করো ঃ $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. ২

(ড) $A = \begin{bmatrix} -6 & 3 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}$ matrix-এর characteristic roots নির্ণয় করো। ২

(ঢ) নিচের Zero-sum game-এর player A-র pay-off matrix দেওয়া হল ঃ ২

| কৌশল | $B_1$ | $B_2$ |
|---|---|---|
| $A_1$ | 2 | 4 |
| $A_2$ | 3 | 1 |

দেখাও যে, এই game-এর কোনো pure strategy Nash equilibrium নেই।

(ণ) একটি উদাহরণ সহযোগে dominant strategy কাকে বলে বোঝাও। ২

## বিভাগ - খ

*যে-কোনো তিনটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ

২। একটি অর্থনীতিতে, ইনপুট গুণাঙ্ক ম্যাট্রিক্স (Input Coefficient Matrix) এবং চূড়ান্ত চাহিদা ভেক্টর (Final Demand Vector) হল নিম্নরূপ ঃ

$$A = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 0.3 & 0.4 \\ 0.2 & 0.3 & 0.0 \end{bmatrix}, \text{ and } D = \begin{bmatrix} 500 \\ 700 \\ 600 \end{bmatrix}.$$

ক্রেমার সূত্র (Cramer's Rule) ব্যবহার করে, কাম্য উৎপাদনগুলি (outputs) নির্ধারণ করো। ৫

৩। নীচের অপেক্ষকটি আপাত-অবতল/আপাত-উত্তল কিনা পরীক্ষা করো।

$f(x) = x^2$ ৫

৪। একটি বক্ররেখার ঢাল পরিবর্তনের বিন্দু বলতে কী বোঝো? নিম্নের অপেক্ষকটির কি ঢাল পরিবর্তনের বিন্দু আছে?

$$y = f(x) = \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{1}{2}x}$$ ২+৩

৫। "নাল সেট [ Null set ( $\phi$ ) ] ইউনিভার্সাল সেট [ Universal set (U) ]-এর পরিপূরক (complement); আবার $\phi$, U- এর সাবসেটও বটে।"

— এটা কি আপাতবিরোধী নয়? তুমি কীভাবে এই আপাতবিরোধিতাকে সমাধান করবে? ২+৩

৬। একটি স্বল্পকালীন মোট ব্যয় রেখা হল $C = 2Q^3 - 15Q^2 + 30Q + 16$

যে উৎপাদনে গড় পরিবর্তনীয় ব্যয় (AVC) সর্বনিম্ন হবে সেটি বের করো এবং দেখাও যে এই উৎপাদনে MC = AVC হবে। ৫

## বিভাগ - গ

*যে-কোনো তিনটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ

৭। (ক) একটি অপেক্ষক $f(x)$-এর ক্ষেত্রে নিম্নলিখিত বক্তব্যগুলিকে সত্য অথবা মিথ্যা হিসাবে চিহ্নিত করো এবং যথার্থতা বিচার করো ঃ

(অ) একটি বিন্দুতে যদি একটি অপেক্ষক $f(x)$ অন্তরকলনযোগ্য না হয়, তাহলেও সেই বিন্দুতে অপেক্ষকটির স্থানীয়ভাবে সর্বোচ্চ মান থাকতে পারে।

(আ) একটি অপেক্ষক $f(x)$-এর একটি প্রত্যয়যুক্ত (inflexional) মান কেবলমাত্র সেই বিন্দুতেই পাওয়া যায়, যেখানে

$f''(x) = 0$

(খ) Jacobian ব্যবহার করে পরীক্ষা করো নীচের দুটি অপেক্ষকের মধ্যে নির্ভরতা আছে কি না—

$Z_1 = x_1 + 2x_2$

$Z_2 = x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_1 x_2$ (৩+৩)+৪

৮। নিম্নের বিবৃতিগুলিকে প্রমাণ অথবা খণ্ডন করো ঃ

(ক) একটি অবতল (উত্তল) অপেক্ষক, ধরা যাক $f(x)$, আপাত-অবতল (আপাত-উত্তল) হবে; কিন্তু এটার প্রতিলোম (converse) সত্য নয়।

(খ) একটি সরলরৈখিক অপেক্ষক, অবশ্যই একই সঙ্গে আপাত-অবতল এবং আপাত-উত্তল হবে। ৫+৫

৯। (ক) নীচের অপেক্ষকটির স্থির মান (stationary values) গুলি নির্ণয় করো এবং তাদের স্থানীয় সর্বোচ্চ, স্থানীয় সর্বনিম্ন অথবা প্রত্যয়যুক্ত মান-এ শ্রেণিভুক্ত করো ঃ $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$

(খ) একটি ডমিনেন্ট কৌশল ভারসাম্য বিন্দু ন্যাশ ভারসাম্যকেও বোঝায়। কিন্তু এটার প্রতিলোম সত্য নয়। ব্যাখ্যা করো। (২×৩)+৪

**Please Turn Over**

১০। (ক) নীচের চাহিদা এবং যোগান অপেক্ষকদুটি বিচার করো ঃ

$q^d = a - bp + cM$ ; $a > 0$ , $b > 0$ , $c > 0$

$q^s = -g + hp$ ; $g > 0$ , $h > 0$

$q^d = q^s = q$

যেখানে $q^d$, $q^s$, p এবং M হল যথাক্রমে চাহিদার পরিমাণ, যোগানের পরিমাণ, দাম এবং ভোক্তার আয়। ভারসাম্য দাম ও পরিমাণ নির্ধারণ করো এবং এদের উপর ভোক্তার আয়ের পরিবর্তনের প্রভাব দেখাও ।

(খ) নীচের ম্যাট্রিক্সটির ক্রম (rank) বার করো।

$$A = \begin{bmatrix} 0 & (-11) & (-4) \\ 2 & 6 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(৪+২)+৪

১১। (ক) একটি দুই-ব্যক্তি গেমের ক্ষেত্রে ন্যাশ ভারসাম্যের সংজ্ঞা দাও।

(খ) নিম্নের গেমটিতে কোনো খেলোয়াড়ের কি কোনো ডমিনেন্ট কৌশল আছে?

| *কৌশল* ↘ | | *খেলোয়াড় II* | | |
|---|---|---|---|---|
| | | *D* | *E* | *F* |
| *খেলোয়াড় I* | *A* | 7,6 | 5,8 | 0,0 |
| | *B* | 5,8 | 7,6 | 1,1 |
| | *C* | 0,0 | 1,1 | 4,4 |

এই গেমে কি কোনো ন্যাশ ভারসাম্য আছে? ৪+(৩+৩)

## [ English Version ]

*The figures in the margin indicate full marks.*

### Group - A

**1.** Answer ***any ten*** questions :

(a) Enumerate all the subsets of the set $S = \{a, b, c, d\}$. How many subsets are there altogether? 1+1

(b) Mention which of the following equations is function which is not. Why? 1+1

(i) $y = x^2$

(ii) $y^2 = x$

(c) Let $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & (-8) \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & (-2) \end{bmatrix}$.

Verify that AB = AC, even though B ≠ C. 2

(d) What do you mean by a Convex set? 2

(e) Find the elasticity of the following function with respect to $x$.

$y = f(x) = Ax^b$. 2

(f) Use L' Hospital's rule to find the following limit :

$\lim_{x \to 1} \left( \frac{1 - x^2}{1 - x} \right)$. 2

(g) The total cost C of a factory per day is a function of its daily output Q given by the equation :

$$C = 500 + 12Q.$$

The factory has a capacity limit of 600 units of output per day. Find the domain and range of the cost function. 1+1

(h) For the three sets,

A = {4, 5, 6}, B = {1, 3, 6, 8}, C = {1, 2, 8}, verify the Distributive Law. 2

(i) A mobile manufacturer determines that in order to sell $x$ mobile, the price ($p$) must be

$$p = 1200 - x.$$

The cost of the manufacturer for producing $x$ mobile is $C(x) = 4000 + 300x$.

Find out the optimum number of mobile that will maximize the profit. 2

(j) Using first principle find the derivative of $f(x) = x^3$. 2

(k) The marginal cost of producing $x$ units of some commodity is $1 + x + 3x^2$ and fixed costs are 150. Find the total cost function. 2

(l) Find the inverse of $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. 2

(m) Find the characteristic roots of the matrix

$A = \begin{bmatrix} -6 & 3 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}$. 2

(n) Consider the following Zero-sum game where pay-off matrix is given for player A

| strategy | $B_1$ | $B_2$ |
|---|---|---|
| $A_1$ | 2 | 4 |
| $A_2$ | 3 | 1 |

Show that this game does not have a Nash equilibrium in pure strategies. 2

(o) Explain the concept of dominant strategy with an example. 2

## Group - B

Answer ***any three*** questions :

**2.** In an economy, the input coefficient matrix and final demand vector are as below :

$$A = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 0.3 & 0.4 \\ 0.2 & 0.3 & 0.0 \end{bmatrix}, \text{ and } D = \begin{bmatrix} 500 \\ 700 \\ 600 \end{bmatrix}.$$

Find the optimum outputs using Cramer's Rule. 5

**3.** Examine whether the following function is quasiconcave / quasiconvex.

$f(x) = x^2$ 5

**4.** What is meant by point of inflexion of a curve? Does the following function has a point of inflexion?

$$y = f(x) = \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}x}.$$ 2+3

**5.** "Null set ( $\phi$ ) is the complement of the universal set (U); again $\phi$ is a subset of U." Is not it paradoxical? How do you resolve this paradox? 2+3

**6.** Given the shortrun total cost function $C = 2Q^3 - 15Q^2 + 30Q + 16$

Find out the level of output at which average variable cost (AVC) is minimum and also show that MC = AVC at that level of output. 5

## Group - C

Answer ***any three*** questions :

**7.** (a) Identify the following statements relating to a function $f(x)$ as TRUE or FALSE and justify your answer :

(i) A function $f(x)$ may have a local maximum at a point where it is not differentiable.

(ii) An inflexional point of a function $f(x)$ can only occur at a point where $f''(x) = 0$.

(b) Using Jacobian examine whether there is any functional dependence between the following :

$Z_1 = x_1 + 2x_2$

$Z_2 = x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_1 x_2$ (3+3)+4

**8.** Prove or disprove the following statements :

(a) Any concave (convex) function, say $f(x)$, is quasiconcave (quasiconvex), but the converse is not true.

(b) If $f(x)$ is a linear function, then it is quasiconcave as well as quasiconvex. 5+5

**9.** (a) Find the stationary values of the function

$y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$

and classify them as local maximum, local minimum or point of inflexion.

(b) A dominant strategy equilibrium is also a Nash equilibrium, but the converse may not be true. Explain. (2×3)+4

**10.** (a) Consider the following demand and supply functions :

$q^d = a - bp + cM \quad ; \quad a > 0 , \ b > 0 , \ c > 0$

$q^s = -g + hp \quad ; \quad g > 0 , \ h > 0$

$q^d = q^s = q$

where $q^d$, $q^s$, p and M are respectively quantity demanded, quality supplied, price and consumer's income. Find the equilibrium price and quantity, and examine the impact of change in income on equilibrium price and quantity.

(b) Find the rank of the matrix given below :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & (-11) & (-4) \\ 2 & 6 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$ (4+2)+4

**11.** (a) Define Nash equilibrium in case of a two-person game.

(b) Consider the following game :

| *Strategies* ↘ | | *Player II* | | |
|---|---|---|---|---|
| | | *D* | *E* | *F* |
| *Player I* | *A* | 7,6 | 5,8 | 0,0 |
| | *B* | 5,8 | 7,6 | 1,1 |
| | *C* | 0,0 | 1,1 | 4,4 |

Is there any dominant strategy for any player? Is there any Nash equilibrium? 4+(3+3)